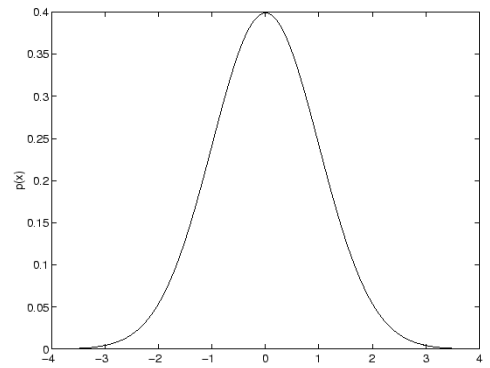
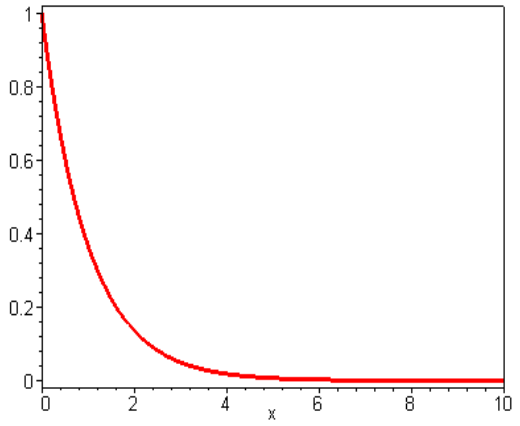
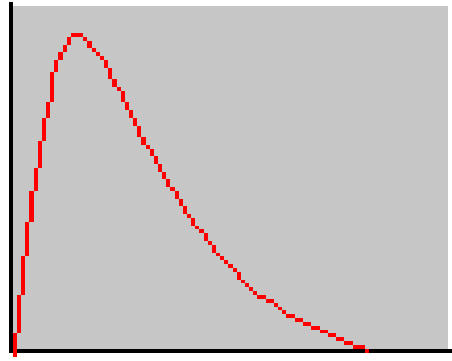


# VARIABLE ALEATORIA CONTINUA



# Variable aleatoria continua

- Cuando el espacio muestral del experimento está relacionado mediciones tales como mediciones de distancias, volúmenes, pesos, tiempos, velocidades, voltajes, intensidades, caudales, temperaturas, etc.)
- Ya que los posibles valores de  $X$  en un intervalo,  $a < x < b$ , son infinitos -no numerables- no podemos hablar del  $i$ -ésimo valor de  $X = x_i$ ; en tales casos se habla se Variables Aleatorias Continuas, donde  $R_x$  es un intervalo de valores

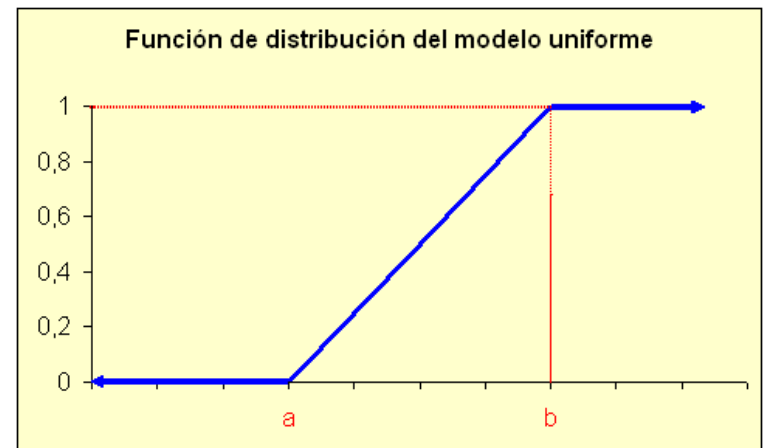
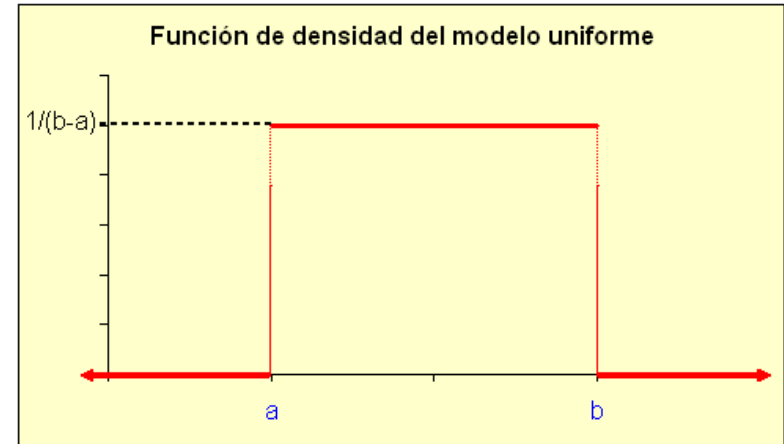
$$f: R_x \longrightarrow R$$

# Función Uniforme o Constante

La hemos visto....

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{en otra parte} \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{si } a < x < b \\ 1 & \text{si } x \geq b \end{cases}$$



# Variables Aleatorias Continuas

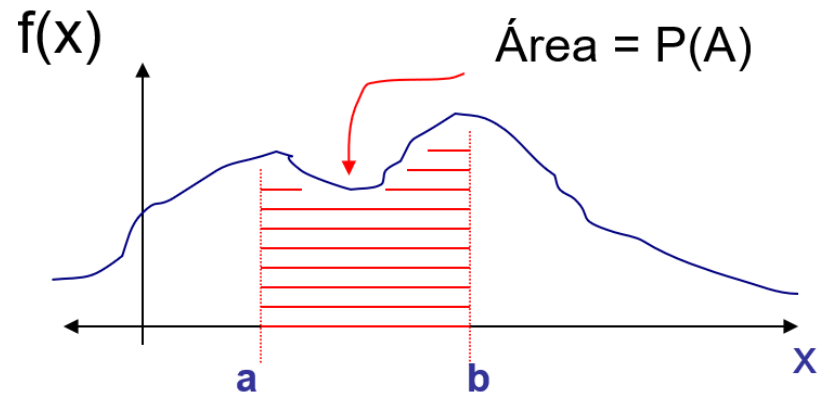
Sea  $X$  una variable aleatoria continua. La *función densidad de probabilidad* (pdf) es una función que satisface:

1.  $f(x) > 0; \forall x \in \mathbb{R}_x \in (-\infty; +\infty)$

La curva, que es la representación de  $f(x)$ , no tiene puntos por debajo del eje de abscisas

2. 
$$\int_{\mathbb{R}_x} f(x) dx = 1$$

El área TOTAL bajo la curva vale 1



3. Sea  $A: \{x | a < x \leq b\}$   $\longrightarrow$   $P(A) = P(a < x < b) = \int_a^b f(x) dx$

# Función de Distribución Acumulada

Si  $X$  es una variable aleatoria, la Función de Distribución Acumulada mide la probabilidad de un suceso en un intervalo de valores:

$$F(x) = P(X \leq x)$$

Si  $X$  es una v.a. Discreta

$$F(x) = \sum_{\forall i \in x_i \leq x} p(x_i)$$

Donde la suma es tomada sobre todos los índices  $i$  que satisfacen  $x_i \leq x$

Si  $X$  es una v.a. Continua

$$F(x) = \int_{-\infty}^x p(x) dx$$

Donde la sumatoria es reemplazada por una integración para todos los valores de  $x$  del rango

# Función de distribución de X (v.a. Continua)

es aquella función que asigna a todo número real,  $x$ , la probabilidad de que la v.a.  $X$  sea igual o menor que  $x$

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$$

Propiedades

1.  $F(-\infty) = \lim_{x_i \rightarrow -\infty} F(x_i) = 0$
2.  $F(+\infty) = \lim_{x_i \rightarrow +\infty} F(x_i) = 1$
3.  $F(x_i)$  es una función no decreciente
4.  $0 \leq F(x_i) \leq 1$
5.  $F(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$

# Esperanza matemática

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (\text{Distribución continua})$$

# Varianza

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx \quad (\text{Distribución continua})$$

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$$

$$\text{Var}(x) = \sigma^2 = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$E(x^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x) dx$$

# Distribuciones Continuas Especiales



**Pierre Simon de Laplace**  
(1749-1827)

## Distribución normal

Sin duda la distribución continua de probabilidad más importante, por la frecuencia con que se encuentra y por sus aplicaciones teóricas, es la **distribución normal, gaussiana o de Laplace-Gauss**.

Fue descubierta y publicada por primera vez en 1733 por De Moivre. A la misma llegaron, de forma independiente, Laplace (1812) y Gauss (1809), en relación con la teoría de los errores de observación astronómica y física.



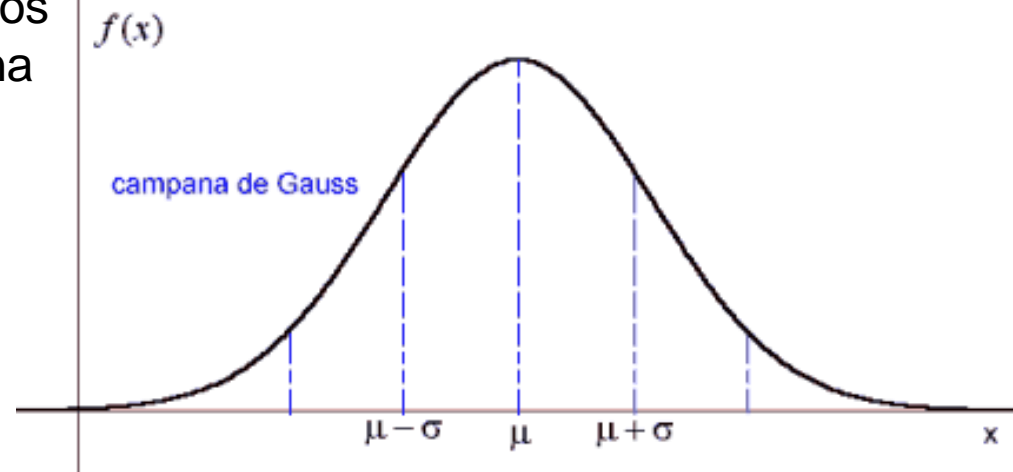
**Karl F. Gauss**  
(1777-1855)



# Aplicaciones de la Distribución normal

**Caracteres morfológicos** de individuos (personas, animales, plantas,...) de una especie (alturas, pesos, diámetros, perímetros,...).

**Caracteres fisiológicos**, por ejemplo: efecto de una misma dosis de un fármaco.



**Errores** cometidos al medir ciertas magnitudes.

**Valores estadísticos** muestrales, por ejemplo : la media.

**Otras distribuciones** como la binomial o la de Poisson se aproximan a la normal. Distribuciones binomiales con  $n$  grande ( $n \geq 30$ ); y ( $np \geq 5$ ) y ( $nq \geq 5$ ).

# Distribución normal o gaussiana

- Está caracterizada por dos parámetros: la media ( $\mu$ ) y la varianza ( $\sigma^2$ )

**Notación:**  $X \sim N(\mu; \sigma^2)$

- Su función de densidad es:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, x \in R$$

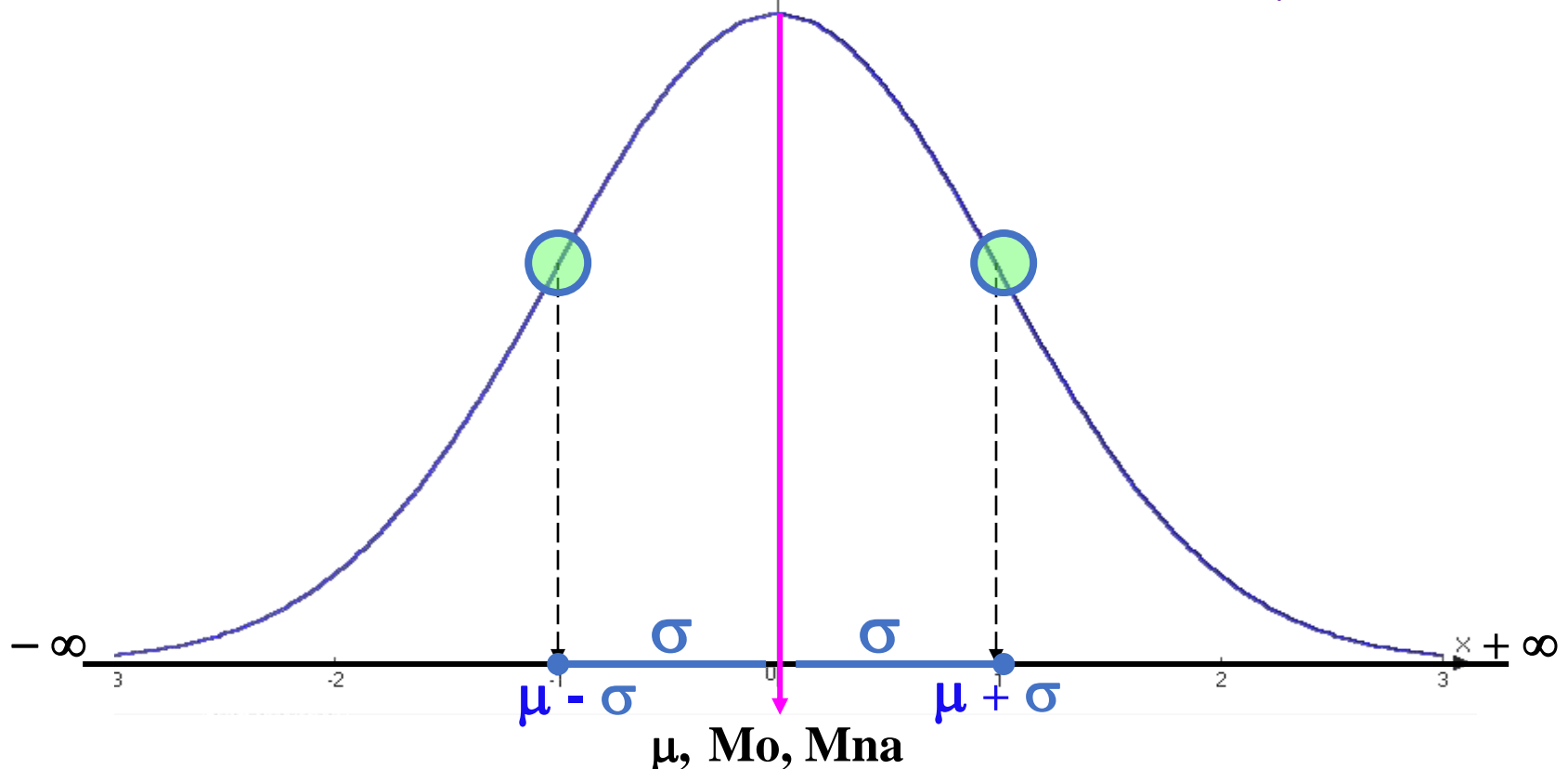
La curva normal adopta un número infinito de formas, determinadas por sus parámetros  $\mu$  y  $\sigma^2$ .

$$E[X] = \mu$$

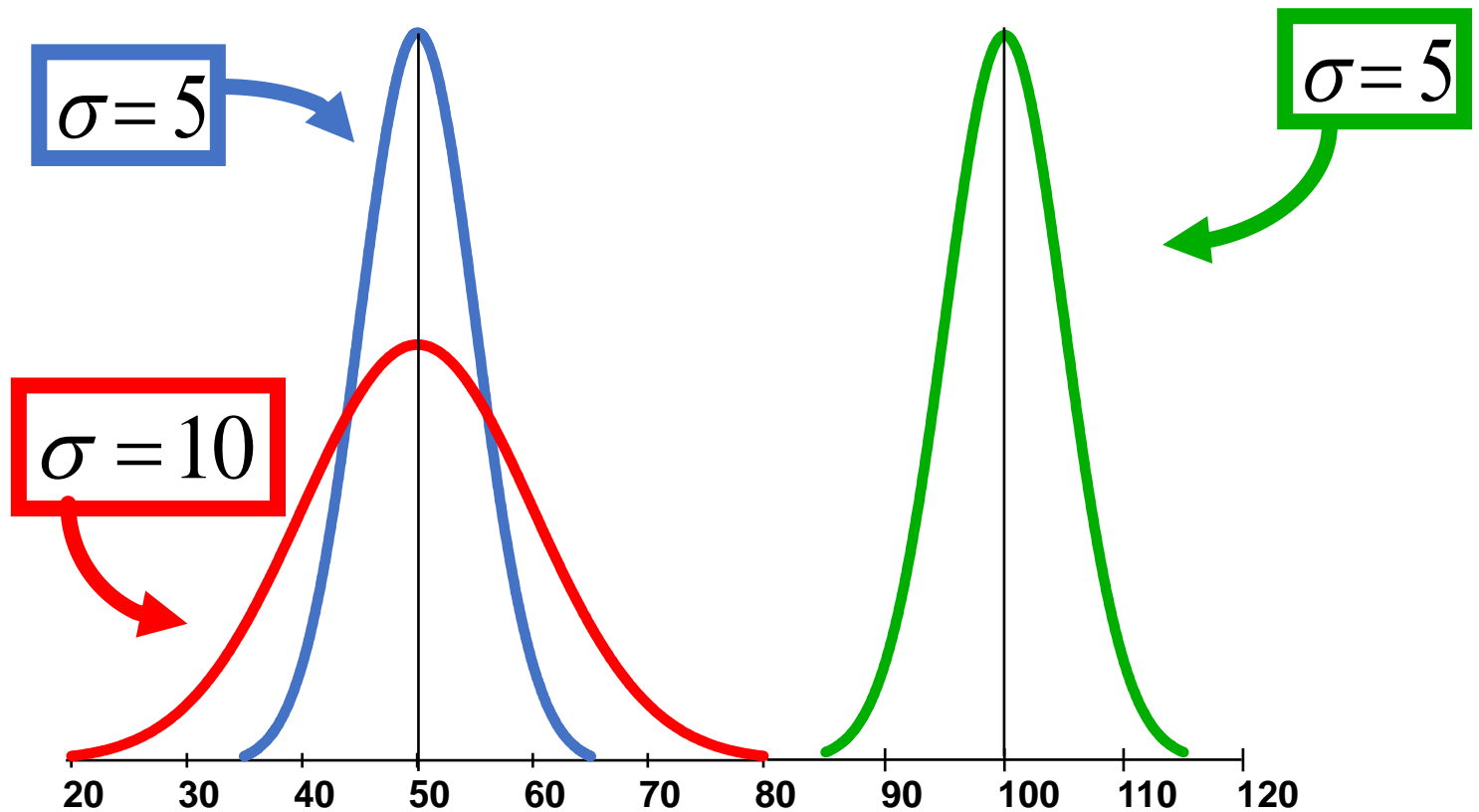
$$V[X] = \sigma^2$$

# Características de la distribución Normal

- Tiene forma de campana, es asintótica al eje de las abscisas (para  $X = \pm\infty$ )
- Simétrica con respecto a la media ( $\mu$ ) donde coinciden la mediana ( $Mna$ ) y la moda ( $Mo$ )
- Los puntos de inflexión tienen como abscisas los valores  $\mu \pm \sigma$



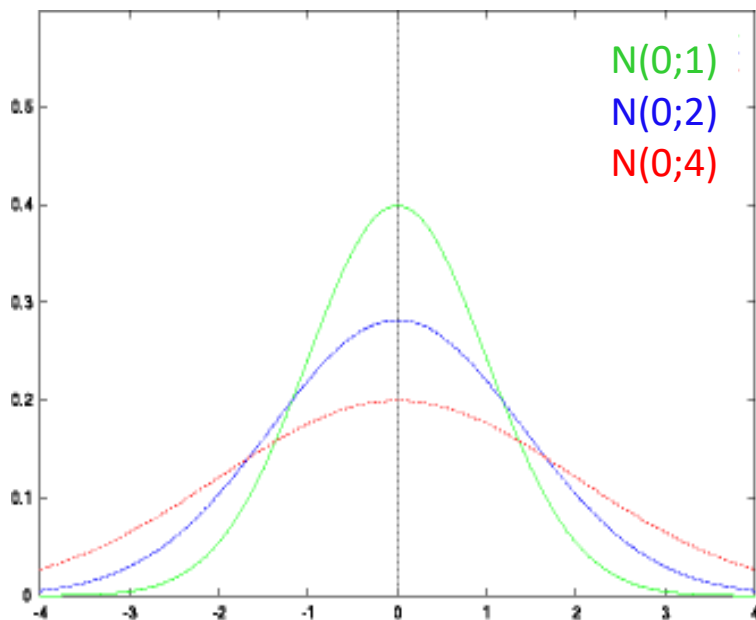
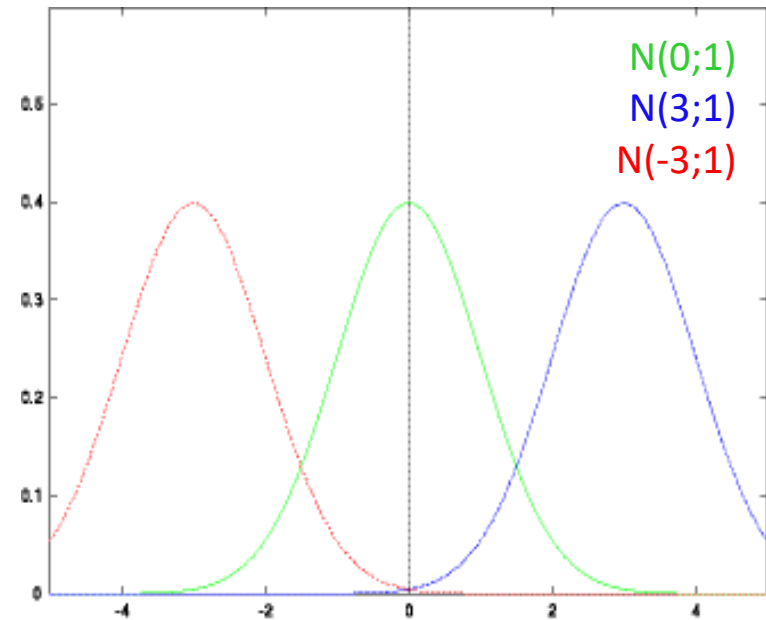
# Curvas normales con distintas medias y desviaciones estándar



# $N(\mu; \sigma^2)$ : Interpretación geométrica

Podemos interpretar a:

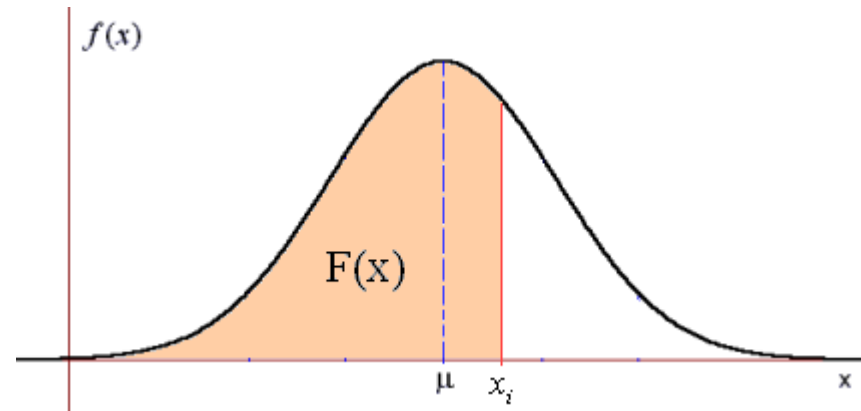
- la **media** como un factor de **traslación**.



- la **varianza** como un factor de **escala**, grado de dispersión...

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Para obtener la función de distribución  $F(x)$  deberíamos integrar la función de densidad de probabilidad:



$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(v-\mu)^2}{2\sigma^2}} dv$$

De modo que la probabilidad de una variable aleatoria normal  $X$  en un intervalo  $a \leq x \leq b$  es:

$$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{(v-\mu)^2}{2\sigma^2}} dv$$

En particular: 
$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(v-\mu)^2}{2\sigma^2}} dv = 1$$

¡No podemos calcular analíticamente el valor de la integral!  
 $F(x)$  está tabulada...

## ¿Cómo calcular probabilidades asociadas a una curva normal específica?

Dado que tanto  $\mu$  como  $\sigma$  pueden asumir **infinitos valores** lo que hace impracticable tabular las probabilidades para todas las posibles distribuciones normales, se utiliza la **distribución normal reducida o tipificada o estandarizada**.

Se define una variable  $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$

Es una traslación , y un cambio de escala de la variable original.

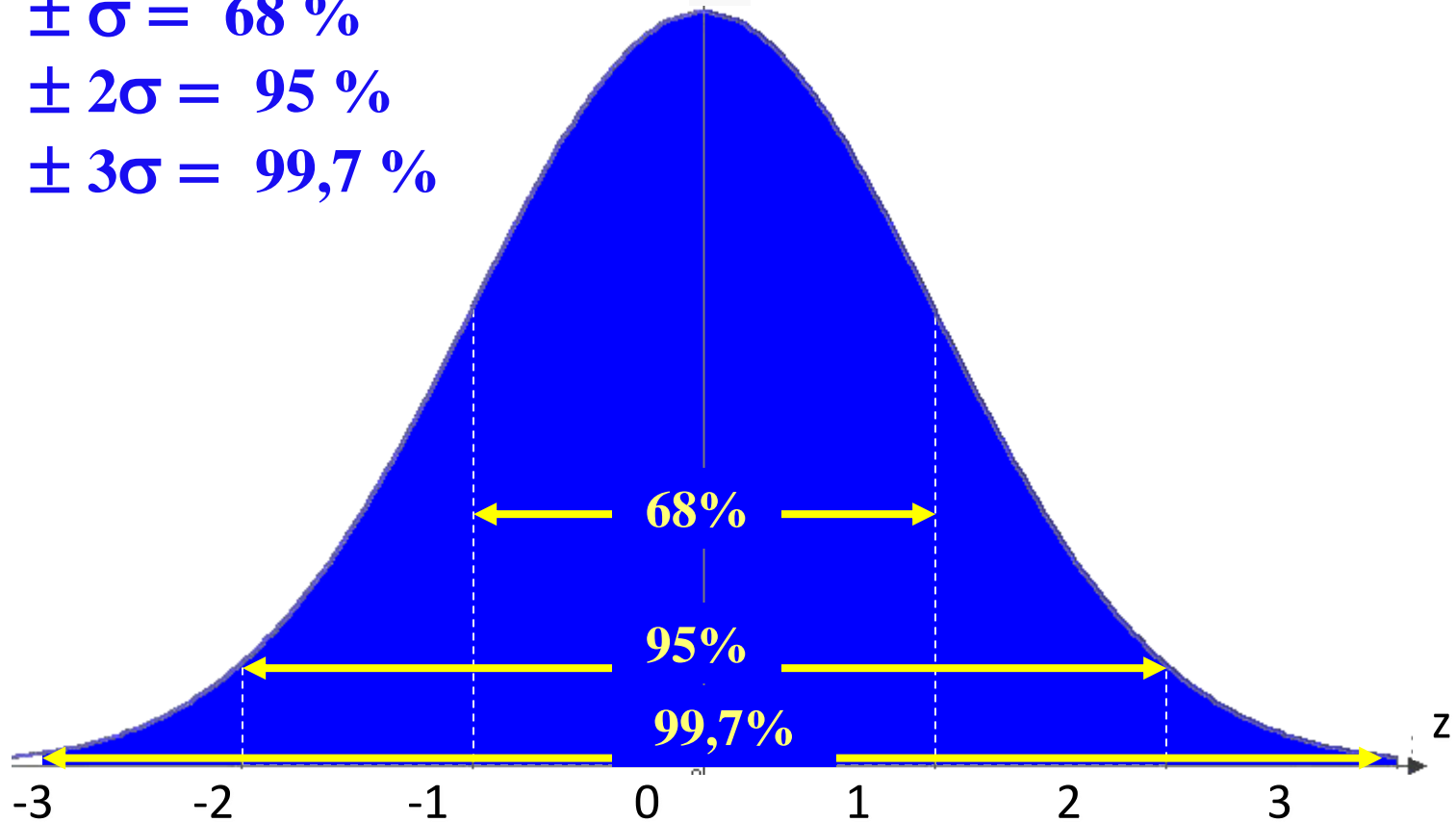
En el caso de variable **X normal**, la interpretación es clara: asigna a todo valor de  $N(\mu; \sigma^2)$ , un valor de  $N(0;1)$  que deja **exactamente la misma probabilidad** por debajo.

Nos permite así **comparar entre dos valores** de dos distribuciones normales diferentes, para saber cuál de los dos es más extremo.

La nueva variable  $z$  se distribuye como una **NORMAL** con media  $\mu = 0$  y varianza  $\sigma^2 = 1$

En **cualquier** distribución normal las probabilidades delimitadas entre la media y...

- $\pm \sigma = 68 \%$
- $\pm 2\sigma = 95 \%$
- $\pm 3\sigma = 99,7 \%$





# Aplicación para celular (Apps) a descargar

The image shows a screenshot of the Google Play Store interface. At the top, the Google Play logo is on the left, and a search bar with the text 'Buscar' and a magnifying glass icon is on the right. Below the search bar, there is a navigation menu with 'Apps' selected. To the right of the menu, there are links for 'Categorías', 'Pantalla principal', 'Listas de éxitos', and 'Nuevos lanzamientos'. The main content area displays the app 'Probability Distributions' by Matthew Bognar, categorized under 'Educación'. The app icon is a red square with the text 'f(x)'. The app has a 5-star rating and 1,480 reviews. Below the app name, there is a link to 'Agregar a la lista de deseos' and a green 'Instalar' button. On the left side of the screen, there is a sidebar menu with options: 'Mis aplicaciones', 'Comprar', 'Juegos', 'Familia', 'Selección de los editores', 'Cuenta', and 'Formas de pago'.

Google Play

Buscar

Apps

Categorías | Pantalla principal | Listas de éxitos | Nuevos lanzamientos

Mis aplicaciones

Comprar

Juegos

Familia

Selección de los editores

Cuenta

Formas de pago

**f(x)**

**Probability Distributions**

Matthew Bognar Educación

★★★★★ 1,480

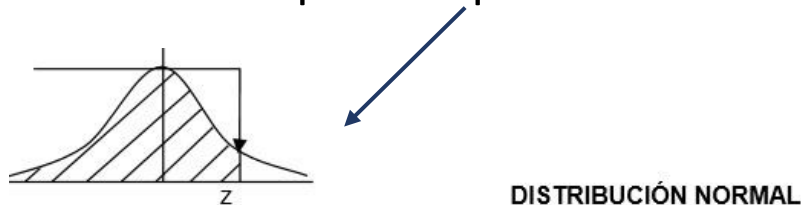
E Todos

Agregar a la lista de deseos

Instalar

# Uso de la tabla de distribución Normal

Esta tabla tiene dos carillas, una de ellas para valores de la variable  $z$ , positivos y otra para valores de  $z$  negativos. En el borde de la tabla se encuentran los valores de  $z$  y dentro de la tabla los valores de probabilidad. La gráfica que se señala indica que las probabilidades se acumulan de izquierda a derecha.



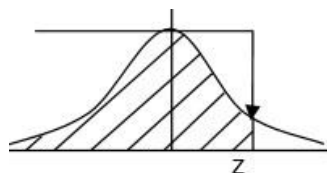
Observamos aquí la 2da hoja, con los valores de variable positivos. La 1er columna tiene los valores de  $z$  con el un valor entero y un decimal, el segundo decimal se busca en la 1er fila.

$z$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177

Mirando la tabla para  $z=1,24$  la probabilidad es 0,8925.

# Uso de la tabla de distribución Normal

Si se busca un valor de probabilidad, se debe buscar dentro de la tabla el valor más cercano. Ej: Si se quiere saber a que valor de  $z$ , corresponde una probabilidad de 0,85 acumulada de izquierda a derecha



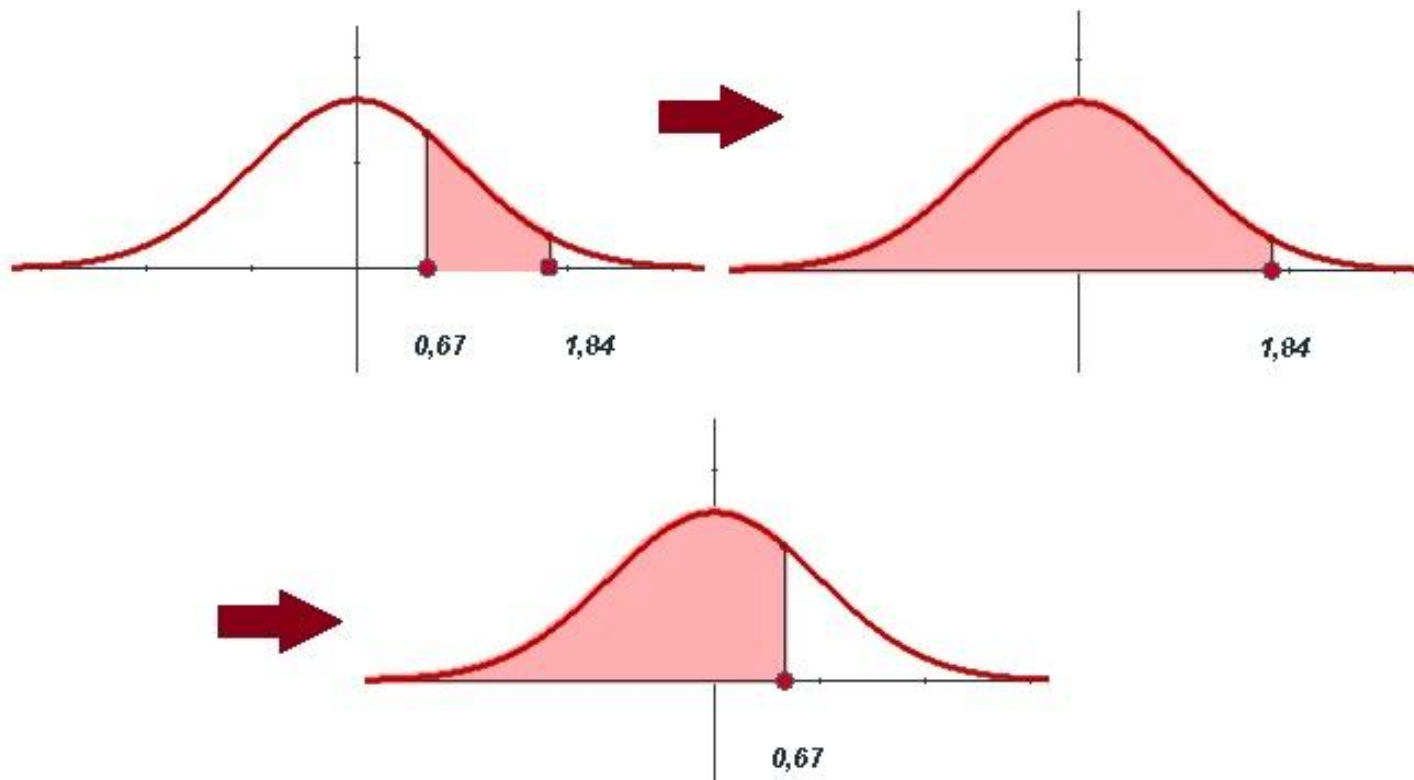
DISTRIBUCIÓN NORMAL

0,85 es un valor que se encuentra entre 0,8485 y 0,8508.

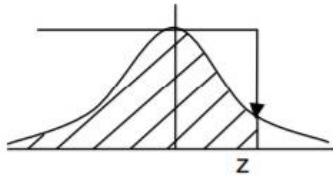
Como **no se puede interpolar** se utiliza el valor más cercano que es 0,8508 al que le corresponde el valor de  $z=1,04$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177

Si se quiere averiguar una probabilidad que se encuentre entre dos valores, se debe buscar la probabilidad del valor mayor 1,84 y restar la del menor 0,76 ya que la tabla acumula la probabilidad de izquierda a derecha.



En la gráfica se señala la búsqueda en la tabla



DISTRIBUCIÓN NORMAL

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817

$$p(0.67 \leq z \leq 1.84) = p(z \leq 1.84) - p(z \leq 0.67) = 0.9671 - 0.7486 = 0.2185$$

# Ejemplo

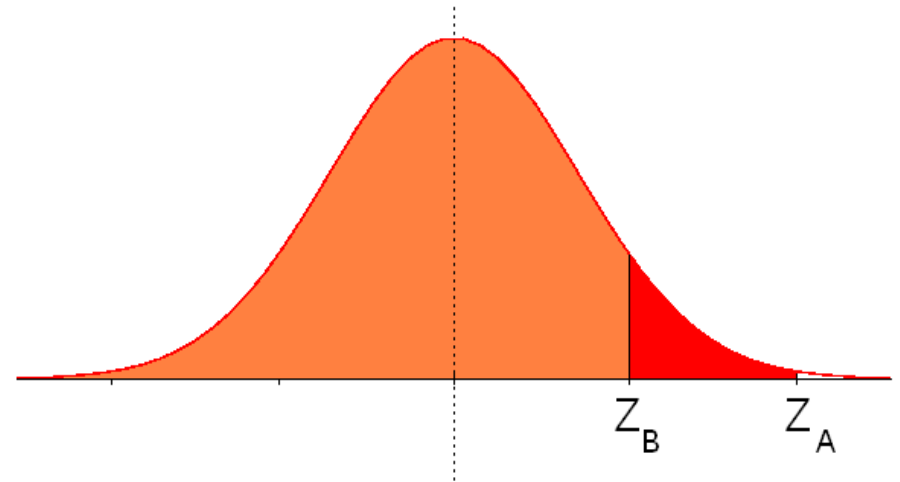
- Se quiere dar una beca a uno de dos estudiantes de sistemas educativos diferentes. Se asignará al que tenga **mejor** expediente académico.
  - El estudiante **A** tiene una calificación de **8** en un sistema donde la calificación de los alumnos se comporta como  **$N(6;1)$** .
  - El estudiante **B** tiene una calificación de **80** en un sistema donde la calificación de los alumnos se comporta como  **$N(70;100)$** .

## ■ Solución

No podemos comparar directamente 8 puntos de A frente a los 80 de B, pero como ambas poblaciones se comportan de modo normal, **podemos estandarizar y observar las puntuaciones sobre una distribución de referencia  $N(0;1)$**

$$\begin{array}{l} X=8 \\ N(6;1) \end{array} \quad z_A = \frac{x_A - \mu_A}{\sigma_A} = \frac{8-6}{1} = 2$$

$$\begin{array}{l} X=80 \\ N(70;100) \end{array} \quad z_B = \frac{x_B - \mu_B}{\sigma_B} = \frac{80-70}{10} = 1$$



Como  $z_A > z_B$ , podemos decir que el **porcentaje** de compañeros del mismo sistema de estudios que ha **superado** en calificación el estudiante A es **mayor** que el que ha superado B.

**Es decir, el estudiante B tiene un mejor expediente académico**

## Otro ejemplo

Si deseamos la probabilidad de que una persona, elegida al azar, tenga un peso entre 115 y 150 libras sabiendo que el peso promedio es de 140 con un desvío estándar ( $\sigma$ ) de 20 libras

1-Determinar el valor Z

$$\text{Cuando } X=115 \quad Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{115 - 140}{20} = -1.25$$

$$\text{Cuando } X=150 \quad Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{150 - 140}{20} = 0.50$$

2- Buscar en la tabla de probabilidades.

Buscamos en la Tabla 1 el valor  $Z=-1.25$  y obtenemos 0.1056.

Buscamos en la Tabla 1 el valor  $Z=0.50$  y obtenemos el área de 0.6915

Luego restamos  $0.6915 - 0.1056 = 0.5859$

**Es decir que la probabilidad de que una persona elegida al azar tenga un peso entre 115 y 150 libras en una población con  $\mu=140$  y  $\sigma =20$  es de 0,5859**



# Distribuciones Continuas Especiales

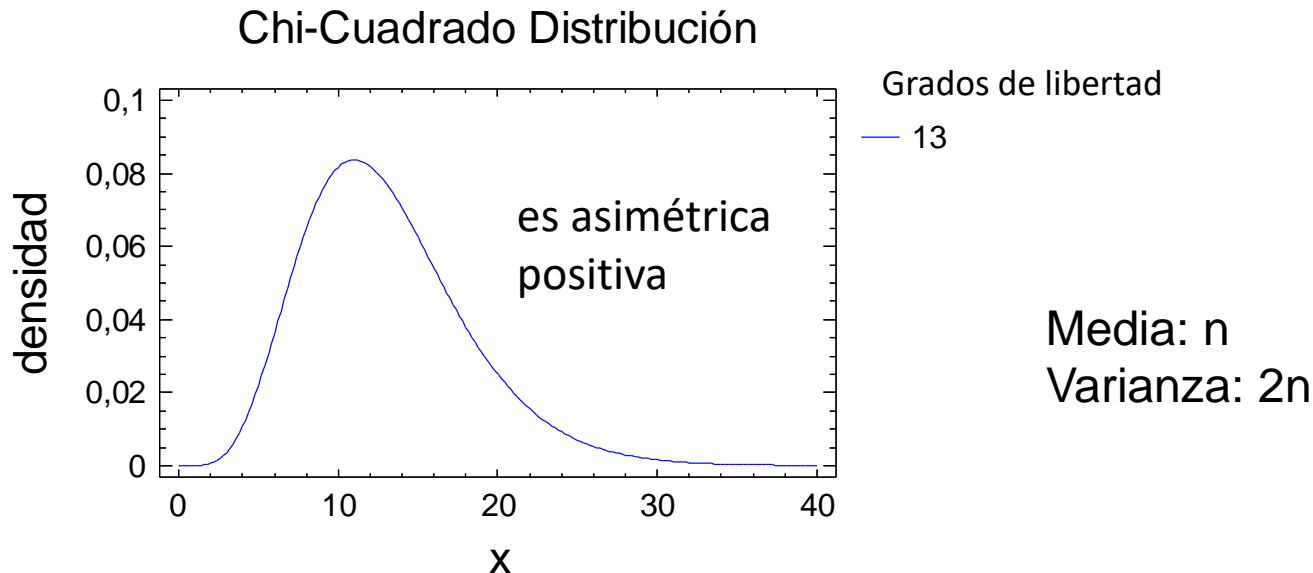
## Chi-cuadrado de Pearson con n grados de libertad:

$$\chi_n^2 = X_1^2 + X_2^2 + \cdots + X_n^2$$

donde  $X_1, X_2, \dots, X_n$  son variables aleatorias independientes y

$X_i = N(0;1)$  para  $i = 1, 2, \dots, n$ . La gráfica de su función de densidad

es:



Teorema de la partición de Chi-Cuadrado:  $\chi_n^2 = \chi_{n-1}^2 + X_{1gl}^2$

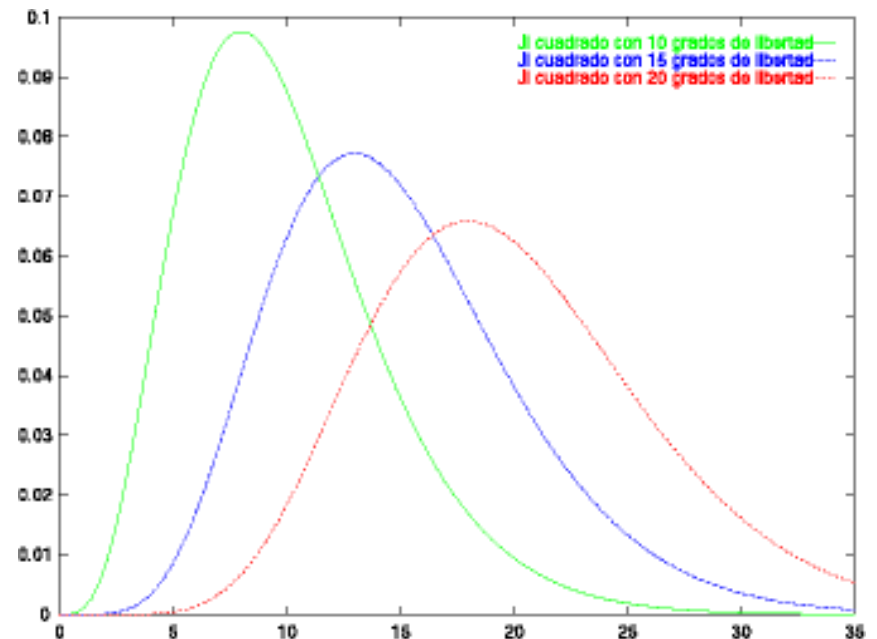
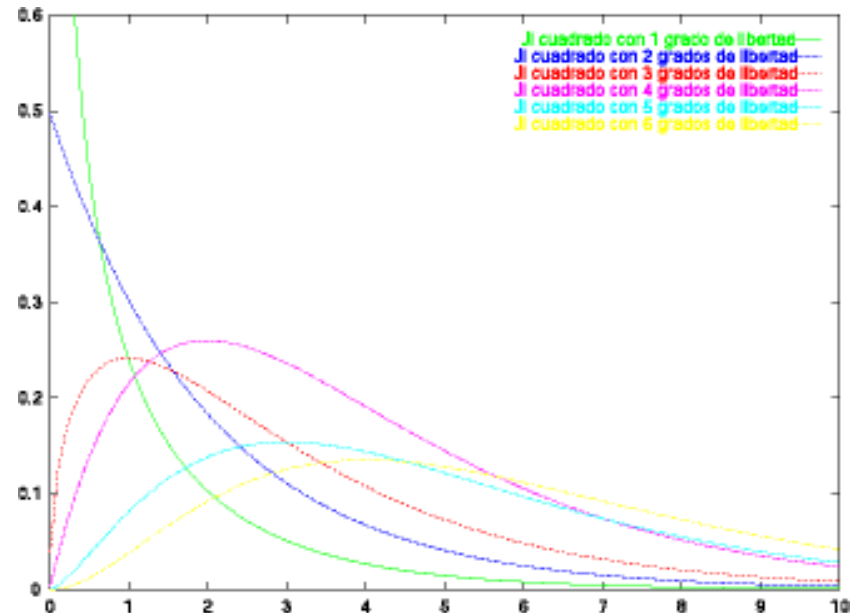
# Chi cuadrado

Tiene un sólo parámetro denominado **grados de libertad**.

La función de densidad es asimétrica positiva. Sólo tienen densidad los valores positivos.

La función de densidad se hace más simétrica incluso casi gaussiana cuando aumenta el número de grados de libertad.

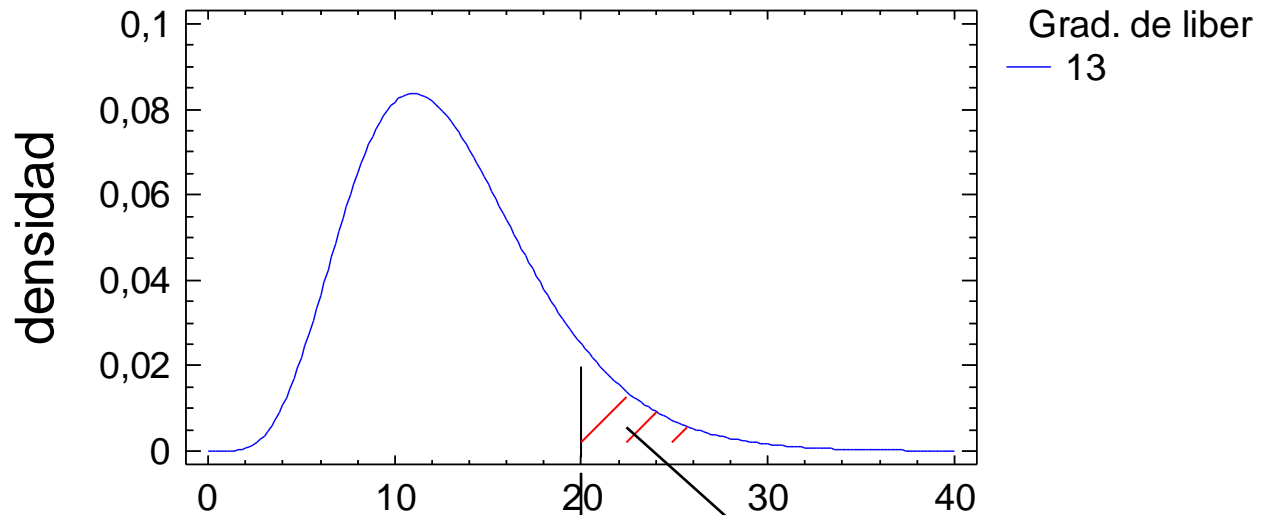
Normalmente consideraremos anómalos aquellos valores de la variable de la “cola de la derecha”.



# Distribución chi-cuadrado

$$\chi^2_{n-1} = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$$

Chi-Cuadrado Distribución



Está **tabulada**

$$\chi^2_{n,\alpha}$$

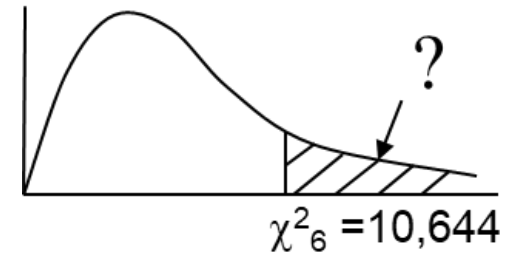
$$P(\chi^2_n \geq \chi^2_{n,\alpha}) = \alpha$$

# Uso de la tabla de distribución Chi cuadrado

Hallar la probabilidad

$$P(\chi^2_6 > 10,644) = 1 - P(\chi^2_6 \leq 10,644) =$$

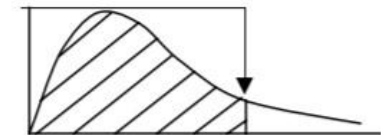
La tabla en la primer columna presenta los Grados de libertad y en la primer fila la probabilidad.



Como la tabla acumula de izquierda a derecha buscamos:

$$P(\chi^2_6 \leq 10,644) = 0,9$$

$$\text{Reemplazamos } P(\chi^2_6 > 10,644) = 1 - 0,9 = 0,1$$



Valores críticos de la distribución ji-cuadrada (acumulado desde la izquierda)

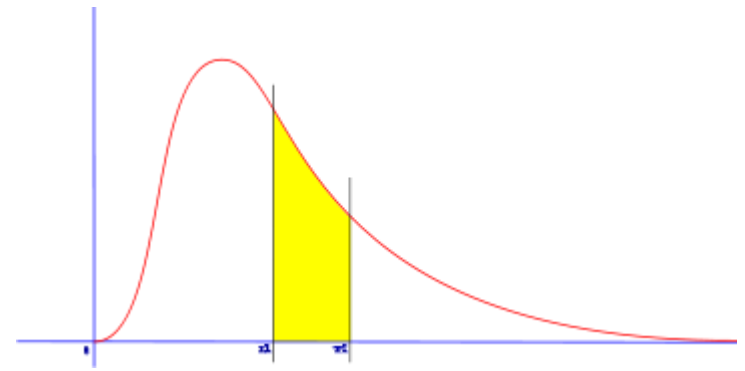
Chi cuadrado

gl \ p	0,005	0,01	0,025	0,05	0,10	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995
1	3,9E-05	0,00016	0,000982	0,003932	0,0157907	2,705541	3,841455	5,023903	6,634891	7,8794
2	0,01002	0,0201	0,050636	0,102586	0,2107208	4,605176	5,991476	7,377779	9,210351	10,59653
3	0,07172	0,11483	0,215795	0,351846	0,5843755	6,251394	7,814725	9,348404	11,34488	12,83807
4	0,20698	0,29711	0,484419	0,710724	1,0636243	7,779434	9,487728	11,14326	13,2767	14,86017
5	0,41175	0,5543	0,831209	1,145477	1,6103091	9,236349	11,07048	12,83249	15,08632	16,74965
6	0,67573	0,87208	1,237342	1,63538	2,2041303	10,64464	12,59158	14,44935	16,81187	18,54751
7	0,98925	1,23903	1,689864	2,167349	2,8331052	12,01703	14,06713	16,01277	18,47532	20,27774
8	1,3444	1,64651	2,179725	2,732633	3,4895374	13,36156	15,50731	17,53454	20,09016	21,95486

Hallar

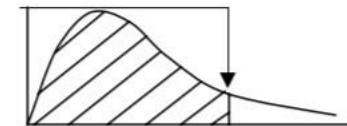
$$P(13,3615 \leq \chi^2_8 \leq 17,5345) =$$

$$P(\chi^2_8 \leq 17,5345) - P(\chi^2_8 \leq 13,3645) =$$



Primero se buscan los grados de libertad, luego los valores de la variable, y para finalizar las probabilidades

Debido a que la tabla acumula de izquierda a derecha. Veamos la tabla.



Valores críticos de la distribución ji-cuadrada (acumulado desde la izquierda)

Chi cuadrado

gl \ p	0,005	0,01	0,025	0,05	0,10	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995
1	3,9E-05	0,00016	0,000982	0,003932	0,0157907	2,705541	3,841455	5,023903	6,634891	7,8794
2	0,01002	0,0201	0,050636	0,102586	0,2107208	4,605176	5,991476	7,377779	9,210351	10,59653
3	0,07172	0,11483	0,215795	0,351846	0,5843755	6,251394	7,814725	9,348404	11,34488	12,83807
4	0,20698	0,29711	0,484419	0,710724	1,0636243	7,779434	9,487728	11,14326	13,2767	14,86017
5	0,41175	0,5543	0,831209	1,145477	1,6103091	9,236349	11,07048	12,83249	15,08632	16,74965
6	0,67573	0,87208	1,237342	1,63538	2,2041303	10,64464	12,59158	14,44935	16,81187	18,54751
7	0,98925	1,23903	1,689864	2,167349	2,8331052	12,01703	14,06713	16,01277	18,47532	20,27774
8	1,3444	1,64651	2,179725	2,732633	3,4895374	13,36156	15,50731	17,53454	20,09016	21,95486
9	1,73491	2,08789	2,700389	3,325115	4,1681557	14,68366	16,91896	19,02278	21,66605	23,58927
10	2,15585	2,5582	3,246963	3,940295	4,8651783	15,98717	18,30703	20,4832	23,20929	25,18805

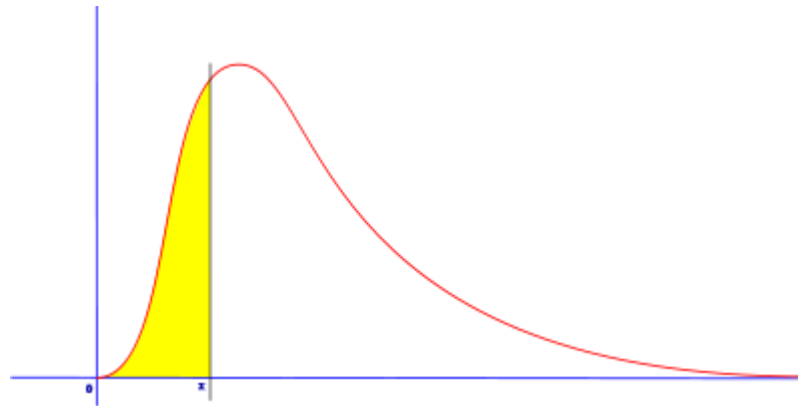
$$P(13,3615 \leq \chi^2_8 \leq 17,5345) = 0,975 - 0,9 = 0,075$$

Si pide

$$\chi^2_{(8; 0,05)}$$

Los grados de libertad son 8 y 0,05 es la probabilidad que se encuentra a la izquierda.

Valor de variable  $\chi^2_{(8; 0,05)} = 2,73264$



# Distribuciones Continuas Especiales

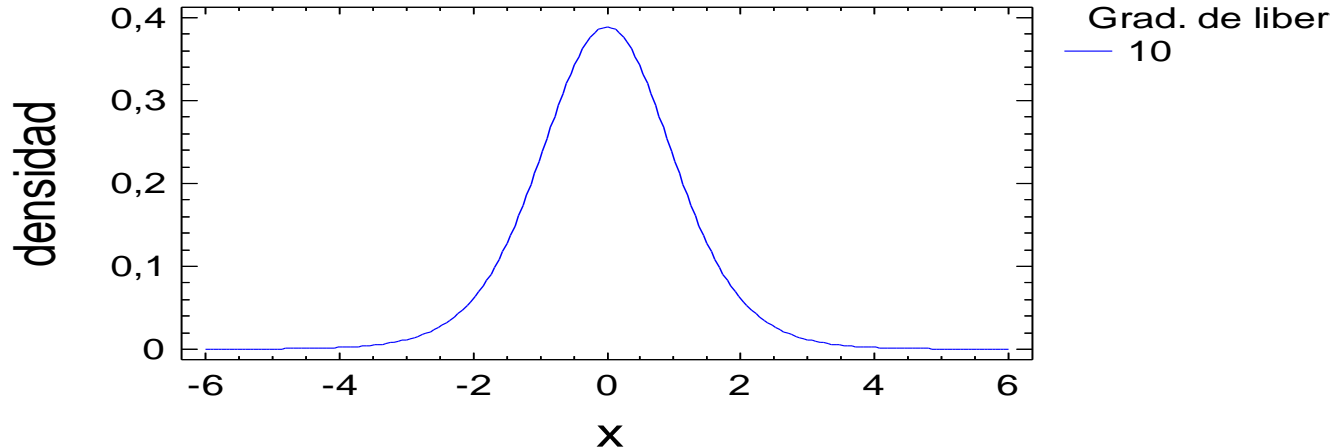
## t de Student con n grados de libertad:

$$t_n = \frac{z}{\sqrt{\frac{\chi_n^2}{n}}}$$

$z = N(0;1) \longrightarrow$  Normal

$\chi_n^2 \longrightarrow$  Chi-cuadrado de n grados de libertad

### t de Student Distribución



Es SIMÉTRICA respecto a  $X=0$

Media: 0

Varianza:  $n/(n-2)$  (para  $n>2$ )

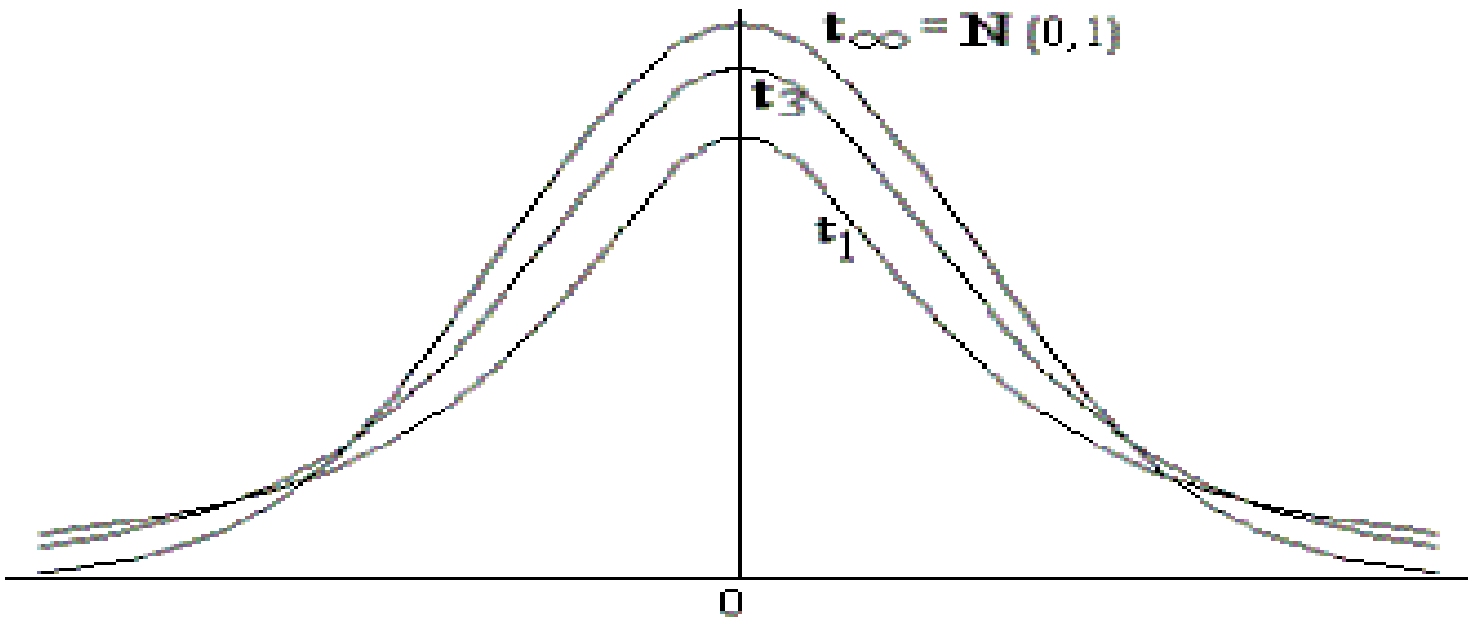
# T de student

Tiene un parámetro denominado grados de libertad.

Cuando aumentan los grados de libertad, más se acerca a  $N(0,1)$ .

Es simétrica con respecto al cero.

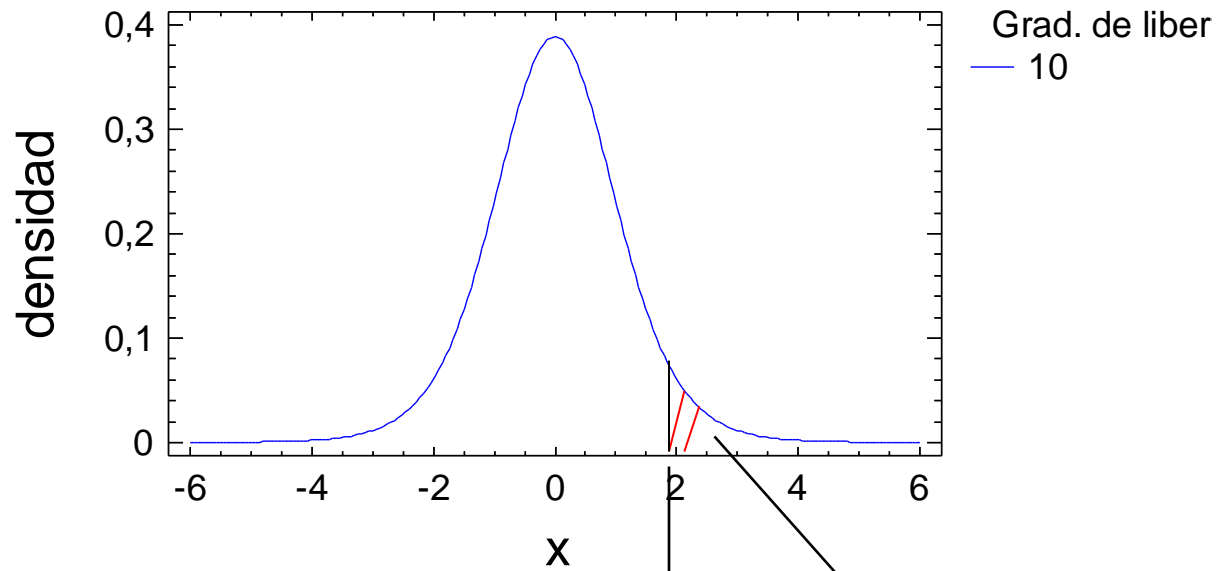
Se consideran valores anómalos los que se alejan de cero (positivos o negativos).





# t de Student

t de Student Distribución



$$t_{n-1} = \frac{x - \mu}{s}$$

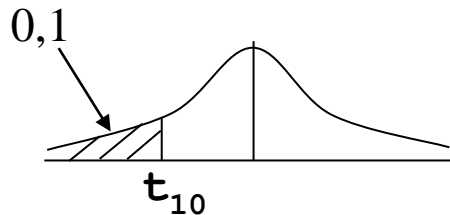
$t_{n,\alpha}$

$$P(t_n \geq t_{n,\alpha}) = \alpha$$

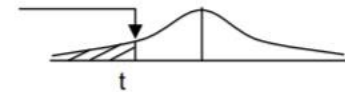
Está **tabulada**

# Uso de la tabla de distribución T

La búsqueda de valores es semejante a la tabla chi cuadrado. Se debe localizar primero los grados de libertad que se encuentran en la primer fila.



$$P(t_{10} \leq t) = 0,1 \text{ entonces } t = -1,3722$$



Valores críticos de la distribución t (desde la izquierda)

gl \ p	0,005	0,01	0,025	0,05	0,1	0,60	0,7	0,8	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
1	-63,65674	-31,82052	-12,7062	-6,3138	-3,0777	0,32492	0,72654	1,37638	3,07768	6,31375	12,7062	31,8205	63,65674	318,3088	636,6192
2	-9,924843	-6,964557	-4,30265	-2,92	-1,8856	0,28868	0,61721	1,06066	1,88562	2,91999	4,3027	6,9646	9,92484	22,3271	31,5991
3	-5,840909	-4,540703	-3,18245	-2,3534	-1,6377	0,27667	0,58439	0,97847	1,63774	2,35336	3,1824	4,5407	5,84091	10,2145	12,9240
4	-4,604095	-3,746947	-2,77645	-2,1318	-1,5332	0,27072	0,56865	0,94096	1,53321	2,13185	2,7764	3,7469	4,60409	7,1732	8,6103
5	-4,032143	-3,36493	-2,57058	-2,015	-1,4759	0,26718	0,55943	0,91954	1,47588	2,01505	2,5706	3,3649	4,03214	5,8934	6,8688
6	-3,707428	-3,142668	-2,44691	-1,9432	-1,4398	0,26483	0,55338	0,90570	1,43976	1,94318	2,4469	3,1427	3,70743	5,2076	5,9588
7	-3,499483	-2,997952	-2,36462	-1,8946	-1,4149	0,26317	0,54911	0,89603	1,41492	1,89458	2,3646	2,9980	3,49948	4,7853	5,4079
8	-3,355387	-2,896459	-2,306	-1,8595	-1,3968	0,26192	0,54593	0,88889	1,39682	1,85955	2,3060	2,8965	3,35539	4,5008	5,0413
9	-3,249836	-2,821438	-2,26216	-1,8331	-1,383	0,26096	0,54348	0,88340	1,38303	1,83311	2,2622	2,8214	3,24984	4,2968	4,7809
10	-3,169273	-2,763769	-2,22814	-1,8125	-1,3722	0,26018	0,54153	0,87906	1,37218	1,81246	2,2281	2,7638	3,16927	4,1437	4,5869
11	-3,105807	-2,718079	-2,20099	-1,7959	-1,3634	0,25956	0,53994	0,87553	1,36343	1,79588	2,2010	2,7181	3,10581	4,0247	4,4370

# Distribuciones Continuas Especiales

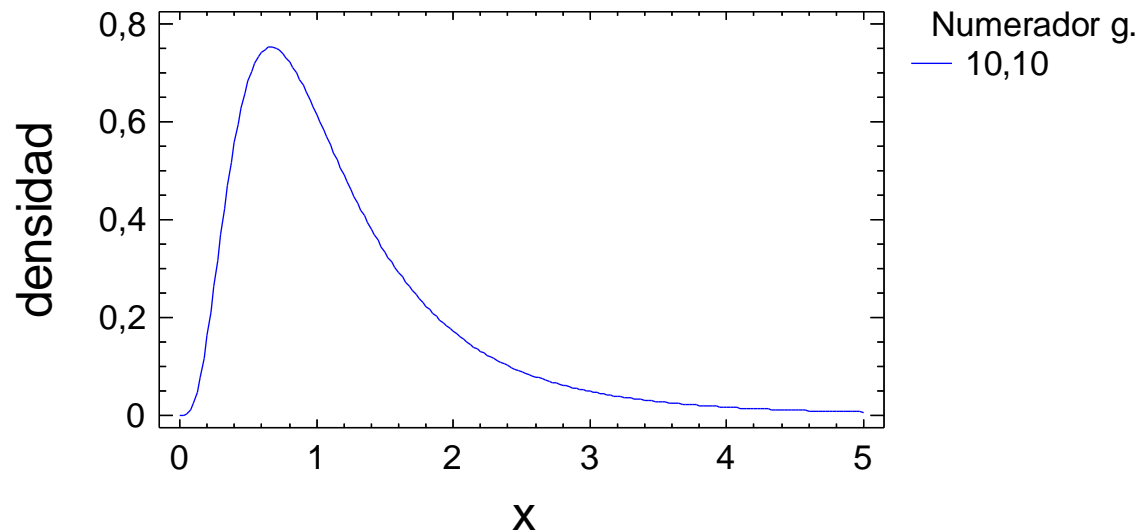
F de Snedecor con  $n_1$  y  $n_2$  grados de libertad :

$$F_{n_1, n_2} = \frac{\chi_{n_1}^2 / n_1}{\chi_{n_2}^2 / n_2}$$

$\chi_{n_1}^2 \longrightarrow$  Chi-cuadrado con  $n_1$  grados de libertad

$\chi_{n_2}^2 \longrightarrow$  Chi-cuadrado con  $n_2$  grados de libertad

F (índice de varianza) Distribución



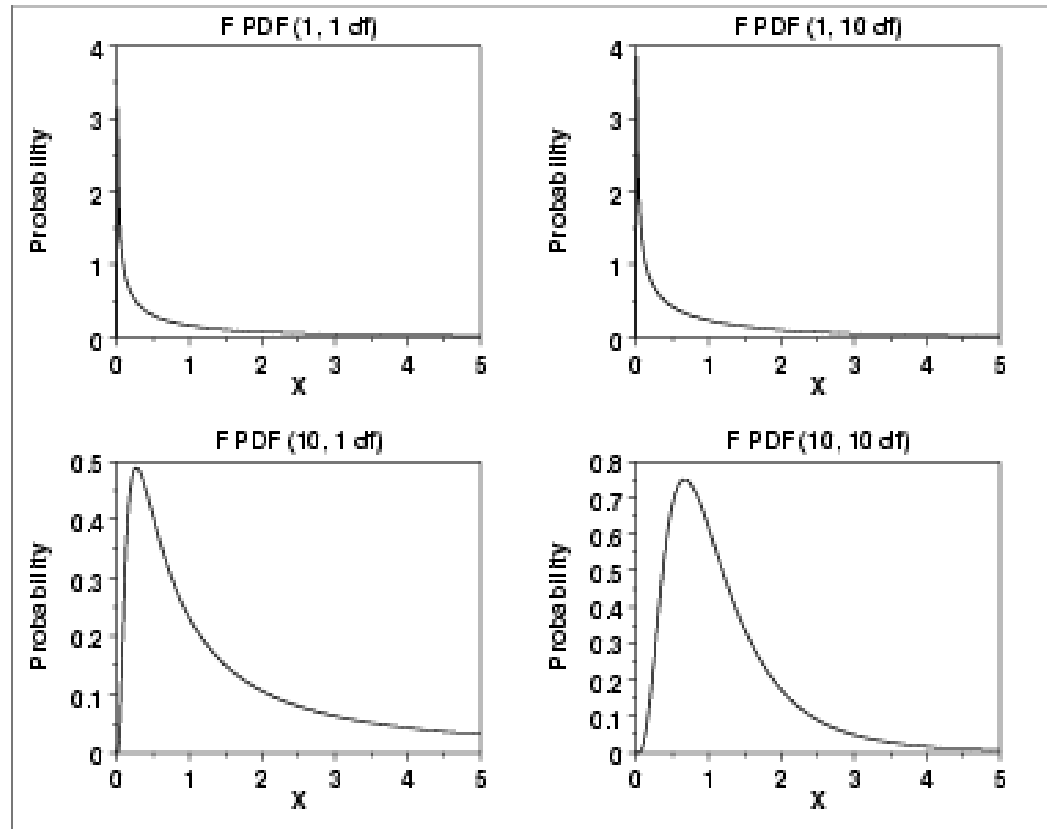
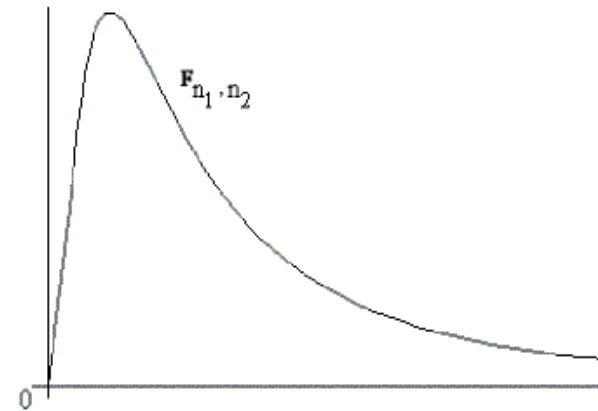
# F de Snedecor

Tiene dos parámetros denominados grados de libertad.

Sólo toma valores positivos.

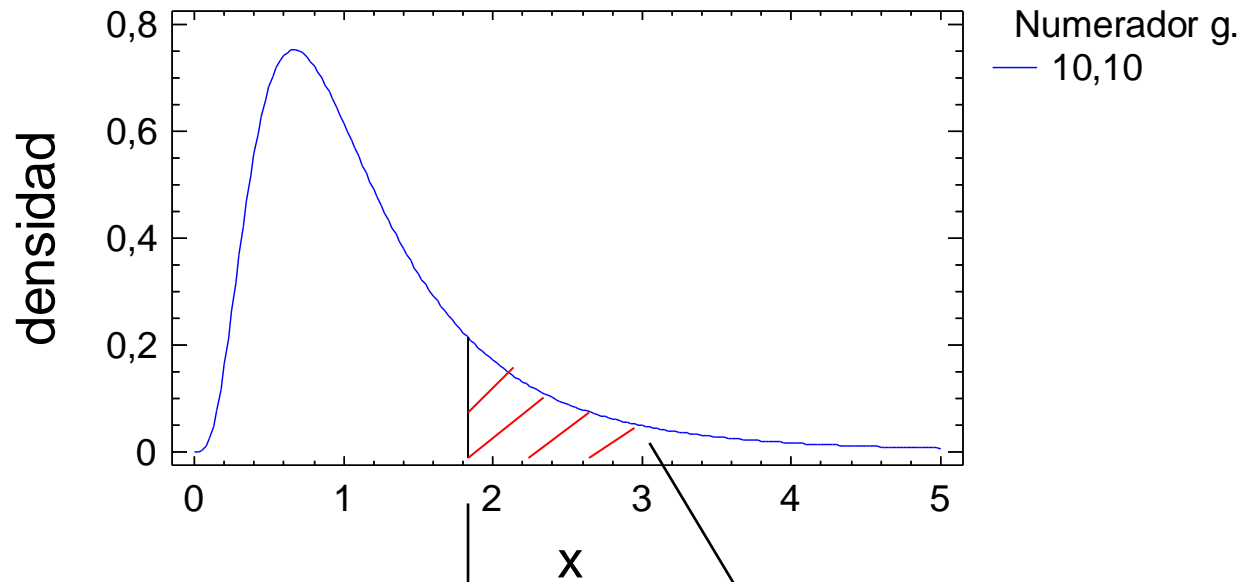
Es asimétrica.

Normalmente se consideran valores anómalos los de la cola de la derecha.



# F de Snedecor

F (índice de varianza) Distribución



Está **tabulada**

$$F_{n_1, n_2, p}$$

$$P(F_{n_1, n_2} > F_{n_1, n_2, p}) = p$$

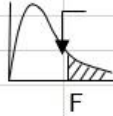
Recordar que esta tabla en el archivo .pdf debemos buscar la página que tiene la probabilidad solicitada y que la misma se encuentra acumulada de derecha a izquierda.

$$P(F_{n_1, n_2} > F_{n_1, n_2, p}) = p$$

Buscar

F ( 2; 21) con  $\alpha=0,05$

Valores críticos de la distribución F (cola superior)



alfa= 0,05

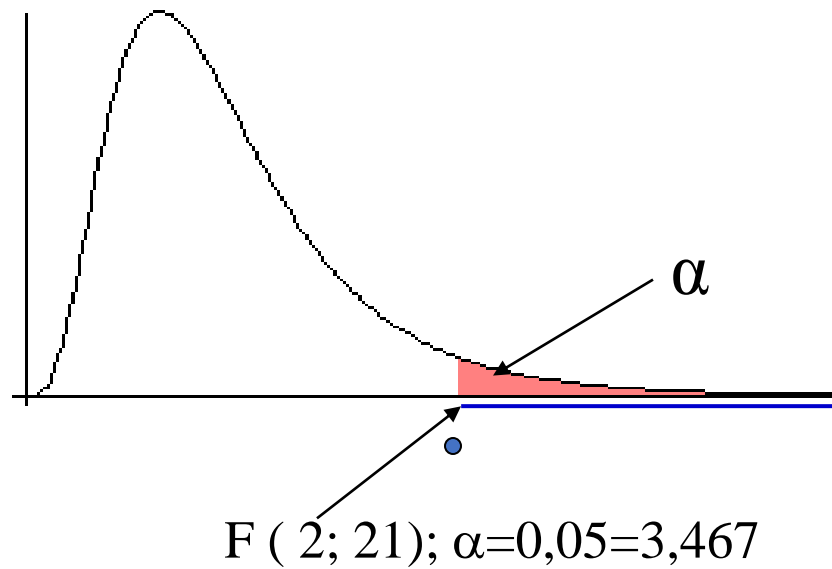
n, grados de libertad

n <sub>2</sub>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	10.000
1	161,45	199,50	215,71	224,58	230,16	233,99	236,77	238,88	240,54	241,88	242,98	243,91	245,36	246,46	248,01	249,05	250,10	251,14	251,77	252,62	253,04	253,68	254,06	254,30
2	18,513	19,000	19,164	19,247	19,296	19,330	19,353	19,371	19,385	19,396	19,405	19,413	19,424	19,433	19,446	19,454	19,462	19,471	19,476	19,482	19,486	19,491	19,494	19,496
3	10,128	9,552	9,277	9,117	9,013	8,941	8,887	8,845	8,812	8,786	8,763	8,745	8,715	8,692	8,660	8,639	8,617	8,594	8,581	8,563	8,554	8,540	8,532	8,527
4	7,709	6,944	6,591	6,388	6,256	6,163	6,094	6,041	5,999	5,964	5,936	5,912	5,873	5,844	5,803	5,774	5,746	5,717	5,699	5,676	5,664	5,646	5,635	5,628
5	6,608	5,786	5,409	5,192	5,050	4,950	4,876	4,818	4,772	4,735	4,704	4,678	4,636	4,604	4,558	4,527	4,496	4,464	4,444	4,418	4,405	4,385	4,373	4,365
6	5,987	5,143	4,757	4,534	4,387	4,284	4,207	4,147	4,099	4,060	4,027	4,000	3,956	3,922	3,874	3,841	3,808	3,774	3,754	3,726	3,712	3,690	3,678	3,669
7	5,591	4,737	4,347	4,120	3,972	3,866	3,787	3,726	3,677	3,637	3,603	3,575	3,529	3,494	3,445	3,410	3,376	3,340	3,319	3,290	3,275	3,252	3,239	3,230
8	5,318	4,459	4,066	3,838	3,687	3,581	3,500	3,438	3,388	3,347	3,313	3,284	3,237	3,202	3,150	3,115	3,079	3,043	3,020	2,990	2,975	2,951	2,937	2,928
9	5,117	4,256	3,863	3,633	3,482	3,374	3,293	3,230	3,179	3,137	3,102	3,073	3,025	2,989	2,936	2,900	2,864	2,826	2,803	2,771	2,756	2,731	2,717	2,707
10	4,965	4,103	3,708	3,478	3,326	3,217	3,135	3,072	3,020	2,978	2,943	2,913	2,865	2,828	2,774	2,737	2,700	2,661	2,637	2,605	2,588	2,563	2,548	2,538
11	4,844	3,982	3,587	3,357	3,204	3,095	3,012	2,948	2,896	2,854	2,818	2,788	2,739	2,701	2,646	2,609	2,570	2,531	2,507	2,473	2,457	2,431	2,415	2,405
12	4,747	3,885	3,490	3,259	3,106	2,996	2,913	2,849	2,796	2,753	2,717	2,687	2,637	2,599	2,544	2,505	2,466	2,426	2,401	2,367	2,350	2,323	2,307	2,297
13	4,667	3,806	3,411	3,179	3,025	2,915	2,832	2,767	2,714	2,671	2,635	2,604	2,554	2,515	2,459	2,420	2,380	2,339	2,314	2,279	2,261	2,234	2,218	2,207
14	4,600	3,739	3,344	3,112	2,958	2,848	2,764	2,699	2,646	2,602	2,565	2,534	2,484	2,445	2,388	2,349	2,308	2,266	2,241	2,205	2,187	2,159	2,142	2,131
15	4,543	3,682	3,287	3,056	2,901	2,790	2,707	2,641	2,588	2,544	2,507	2,475	2,424	2,385	2,328	2,288	2,247	2,204	2,178	2,142	2,123	2,095	2,078	2,066
16	4,494	3,634	3,239	3,007	2,852	2,741	2,657	2,591	2,538	2,494	2,456	2,425	2,373	2,333	2,276	2,235	2,194	2,151	2,124	2,087	2,068	2,039	2,022	2,010
17	4,451	3,592	3,197	2,965	2,810	2,699	2,614	2,548	2,494	2,450	2,413	2,381	2,329	2,289	2,230	2,190	2,148	2,104	2,077	2,040	2,020	1,991	1,973	1,961
18	4,414	3,555	3,160	2,928	2,773	2,661	2,577	2,510	2,456	2,412	2,374	2,342	2,290	2,250	2,191	2,150	2,107	2,063	2,035	1,998	1,978	1,948	1,929	1,917
19	4,381	3,522	3,127	2,895	2,740	2,628	2,544	2,477	2,423	2,378	2,340	2,308	2,256	2,215	2,155	2,114	2,071	2,026	1,999	1,960	1,940	1,910	1,891	1,879
20	4,351	3,493	3,098	2,866	2,711	2,599	2,514	2,447	2,393	2,348	2,310	2,278	2,225	2,184	2,124	2,082	2,039	1,994	1,966	1,927	1,907	1,875	1,856	1,844
21	4,325	3,467	3,072	2,840	2,685	2,573	2,488	2,420	2,366	2,321	2,283	2,250	2,197	2,156	2,096	2,054	2,010	1,965	1,936	1,897	1,876	1,845	1,825	1,812
22	4,301	3,443	3,049	2,817	2,661	2,549	2,464	2,397	2,342	2,297	2,259	2,226	2,173	2,131	2,071	2,028	1,984	1,938	1,909	1,869	1,849	1,817	1,797	1,784

$$P(F_{n_1, n_2} > F_{n_1, n_2, p}) = p$$

Buscar

F ( 2; 21) con  $\alpha=0,05$





**El uso de esta tabla F** lo veremos en ANOVA  
Que es el último tema del programa de la asignatura.

**¡A practicar!** con los ejercicios propuestos  
en el Práctico N°4-Distribuciones Continuas.

¡Muchas Gracias por su  
atención!

